

УДК 621.914.5

Панчук В. Г., Когут І. С., Мельник В. О.

АНАЛІТИЧНИЙ ОПИС РІЗАЛЬНОЇ ЧАСТИНИ ВІДРІЗНОЇ ФРЕЗИ ДОВІЛЬНОЇ КОНСТРУКЦІЇ

Сучасні тенденції розвитку САПР різальних інструментів полягають у впровадженні методів теоретичного оцінювання працездатності їх конструкції на етапі проектування. Для цього визначаються розрахункові параметри процесу механічної обробки при заданих конструктивних параметрах різальної частини і інструменту в цілому [1].

В процесі різання дисковою фрезою виникають зовнішні періодичні збуджуючі сили, які є першопричиною динамічної несталості цього інструменту [2].

Ці сили зумовлені зміною сил різання в процесі відрізання, теоретичне визначення яких в будь-який момент роботи фрези потребує створення математичної моделі цього процесу. Складовими елементами процесу відрізання дисковими фрезами є: фреза довільної конструкції, відрізувана заготовка певного профілю та розмірів, кут контакту фрези із заготовкою та режимні параметри процесу різання. Вказані складові зумовлюють як процес відрізання, так і значення сил різання в будь-який його момент.

Тому для побудови математичної моделі процесу відрізання першочерговим завданням є розробка математичної моделі різальної частини фрези.

Встановлено, що геометрія різальної частини відрізної фрези в процесі роботи описується статичними геометричними параметрами, які визначаються в окремій точці різальної кромки і можуть змінюватись вздовж різальної кромки [3, 4]. Тоді модель різальної частини фрези в дискретному виді може бути представлена множиною точок різальних кромки зубців, параметрами яких є координати точки в просторі і відповідні їй статичні геометричні параметри: передній кут γ_c , задній кут α_c , головний кут в плані φ_c , кут нахилу різальної кромки λ_c .

Метою роботи є розробка аналітичного опису різальної частини відрізної фрези, який забезпечить визначення координат точок різальної частини довільної конструкції за заданими конструктивними і інструментальними параметрами фрези із заданою точністю наближення.

Попередніми дослідженнями встановлено, що орієнтація будь-якої прямолінійної ділянки різальної кромки зубця відрізної фрези повністю визначається інструментальними геометричними параметрами γ_1 , α_1 , φ_1 і λ_1 , або конструктивними параметрами γ , α , τ_γ і τ_α (рис. 1).

Залежність інструментальних геометричних параметрів різальної кромки від конструктивних параметрів описується залежностями [5]:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \alpha, & \varphi_1 &= \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} \tau_\alpha \cos \gamma_1 - \operatorname{tg} \tau_\gamma \sin \alpha_1}{\cos(\alpha_1 + \gamma_1)}; \\ \gamma_1 &= \gamma, & \lambda_1 &= \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} \tau_\gamma \cos \alpha_1 - \operatorname{tg} \tau_\alpha \sin \gamma_1}{\cos(\alpha_1 + \gamma_1)}. \end{aligned} \quad (1)$$

Інструментальні параметри приймаються в якості вхідних даних для аналітичного опису різальної частини фрези.

Різальна кромка зубця є просторовою ламаною лінією, яка складається із $N-1$ окремих прямолінійних відрізків на N опорних точках. В місцях стиків відрізки прямих збігаються за значеннями координат. Кожна ділянка різальної кромки характеризується своїми інструментальними геометричними параметрами і є відрізком прямої, яка довільно орієнтована в просторі.

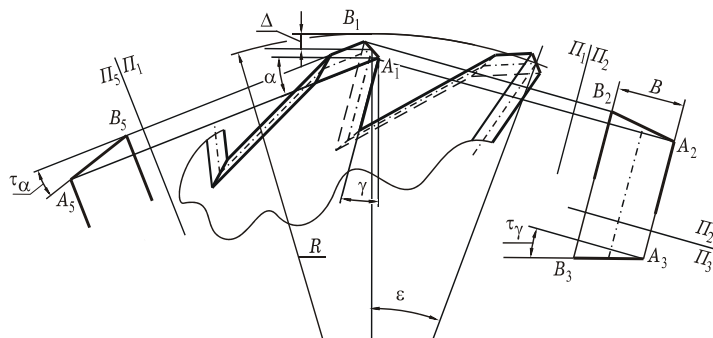


Рис. 1. Конструктивні геометричні параметри зубця відрізної фрези

Пряма $L_n(x, y, z)$, що проходить через задану точку (x_n, y_n, z_n) паралельно до вектора $\bar{a} \equiv \{a_x, a_y, a_z\}$, описується рівнянням:

$$\frac{x - x_n}{a_x} = \frac{y - y_n}{a_y} = \frac{z - z_n}{a_z}.$$

Направляючий вектор, який є паралельним до ділянки різальної кромки i -го зубця, в інструментальній системі координат $X_i Y_i Z_i$ (рис. 2) рівний:

$$\bar{a} \equiv \{\operatorname{tg} \lambda_i, -\operatorname{ctg} \phi_i, 1\}.$$

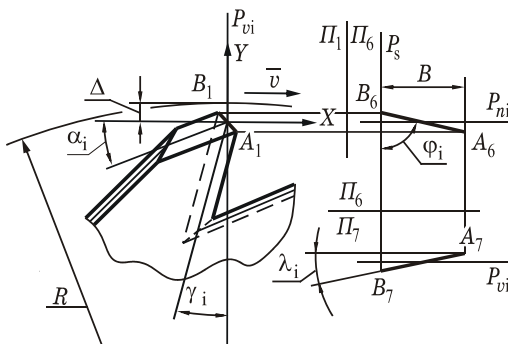


Рис. 2. Інструментальні геометричні параметри зубця відрізної фрези

Тоді для окремої n -ї ділянки різальної кромки справедлива рівність:

$$\frac{x - x_n}{\operatorname{tg} \lambda_i} = \frac{y - y_n}{-\operatorname{ctg} \phi_i} = z - z_n, \text{ для } z_n \leq z \leq z_{n+1}.$$

За таких умов різальна кромка зубця в системі координат $X_i Y_i Z_i$ описується системою рівнянь:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{x - x_0}{\operatorname{tg} \lambda_{i_0}} = \frac{y - y_0}{-\operatorname{ctg} \phi_{i_0}} = z - z_0 \quad \text{для } z_0 \leq z \leq z_1; \\ \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ \frac{x - x_n}{\operatorname{tg} \lambda_{i_n}} = \frac{y - y_n}{-\operatorname{ctg} \phi_{i_n}} = z - z_n \quad \text{для } z_n \leq z \leq z_{n+1}; \\ \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ \frac{x - x_{N-1}}{\operatorname{tg} \lambda_{i_{N-1}}} = \frac{y - y_{N-1}}{-\operatorname{ctg} \phi_{i_{N-1}}} = z - z_{N-1} \quad \text{для } z_{N-1} \leq z \leq z_N. \end{array} \right. \quad (2)$$

При цьому повинна виконуватись умова нерозривності різальної кромки:

$$L_n(x_{n+1}, y_{n+1}, z_{n+1}) = L_{n+1}(x_n, y_n, z_n).$$

Різальна кромка буде визначена, якщо при відомих інструментальних параметрах кожної ділянки різальної кромки будуть відомі координати опорних точок (x_n, y_n, z_n) . Загальна ширина фрези B , ширина кожної окремої ділянки B_n і порядок розміщення ділянок за шириною фрези відомі, отже координати z_n вузлових точок також відомі і приймаються в якості вхідних даних.

Для математичного опису різальної частини фрези загалом, потрібно від інструментальної системи координат окремого зубця $X_i Y_i Z_i$ перейти до системи координат фрези $X_\phi Y_\phi Z_\phi$ (рис. 3). Початок координат знаходиться в точці перетину осі фрези і площини середнього перерізу. Вісь Z_ϕ направлена вздовж осі обертання фрези, вісь X_ϕ направлена в напрямі подачі фрези. Кутове положення зубців задається відносно позитивного напрямку осі X_ϕ .

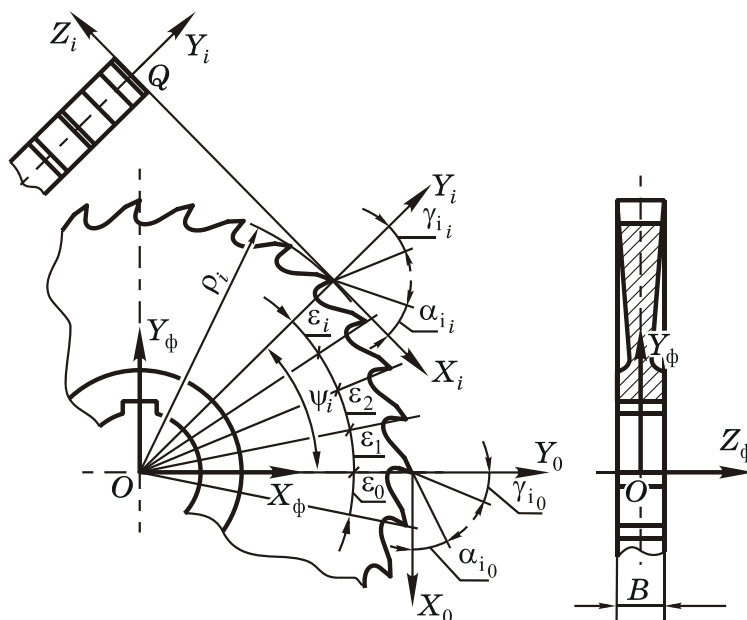


Рис. 3. Розрахункова схема відрізної фрези

Положення i -го зубця фрези задається в площині середнього перерізу в полярній системі координат з центром на осі обертання фрези (див. рис. 3):

$$\rho_i = R + \Delta_i, \quad \psi_i = \sum_{k=1}^i \varepsilon_k \quad \text{для } i = \overline{1; z-1} \quad \text{при } \psi_0 = 0,$$

де z – кількість зубців фрези.

Тоді в прямокутній системі координат фрези $X_\phi Y_\phi Z_\phi$:

$$x_i = (R + \Delta_i) \cos \psi_i, \quad y_i = (R + \Delta_i) \sin \psi_i, \quad z_i = 0.$$

Кут повороту нульового зубця приймається рівним нулю, тобто:

$$\rho_0 = R + \Delta_i, \quad \psi_0 = 0, \quad x_0 = R + \Delta_i, \quad y_0 = 0. \tag{3}$$

Для нульового зубця вісь Z_0 інструментальної системи координат $X_0Y_0Z_0$ паралельна до осі Z_ϕ системи координат $X_\phi Y_\phi Z_\phi$, вісь Y_0 співпадає з віссю X_ϕ і вісь X_0 протилежно направлена до осі Y_ϕ . В такому випадку направляючий вектор для різальної кромки в системі координат $X_\phi Y_\phi Z_\phi$ рівний:

$$a \equiv \{-\operatorname{ctg} \varphi_1, -\operatorname{tg} \lambda_1, 1\}.$$

Тоді для нульового зубця в системі координат $X_\phi Y_\phi Z_\phi$ лінія різальної кромки описується рівняннями:

$$\frac{x - x_{n0}}{-\operatorname{ctg} \varphi_{1n0}} = \frac{y - y_{n0}}{-\operatorname{tg} \lambda_{in0}} = z - z_{n0}, \text{ для } z_n \leq z \leq z_{n+1} \text{ і } n = \overline{0; N-1}.$$

Оскільки відомі координати різальної кромки нульового зубця в середньому перерізі, то за цими координатами вводиться початкова (нульова) опорна точка лінії різальної кромки. Дана опорна точка ділить різальну кромку вздовж осі Z_ϕ на дві частини — ліву і праву. Кількість опорних точок, відповідно, ліворуч від нульової рівна N' (індексні номери $-1, -2, \dots, -N'$) і праворуч рівна N'' (індекси $1, 2, \dots, N''$).

Тоді система рівнянь (2) для нульового зубця в системі координат $X_\phi Y_\phi Z_\phi$ набуває виду:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{x - x_{(-N'+1)0}}{-\operatorname{ctg} \varphi_{i(-N'+1)0}} = \frac{y - y_{(-N'+1)0}}{-\operatorname{tg} \lambda_{i(-N'+1)0}} = z - z_{(-N'+1)0}, \text{ для } z_{(-N')0} \leq z \leq z_{(-N'+1)0}; \\ \dots \dots \dots \dots \dots \\ \frac{x - x_{(-n)0}}{-\operatorname{ctg} \varphi_{i(-n)0}} = \frac{y - y_{(-n)0}}{-\operatorname{tg} \lambda_{i(-n)0}} = z - z_{(-n)0} \text{ для } z_{(-n-1)0} \leq z \leq z_{(-n)0}; \\ \dots \dots \dots \dots \dots \\ \frac{x - x_{00}}{-\operatorname{ctg} \varphi_{i00}} = \frac{y - y_{00}}{-\operatorname{tg} \lambda_{i00}} = z - z_{00} \text{ для } z_{(-1)0} \leq z \leq z_{00}; \\ \dots \dots \dots \dots \dots \\ \frac{x - x_{n0}}{-\operatorname{ctg} \varphi_{in0}} = \frac{y - y_{n0}}{-\operatorname{tg} \lambda_{in0}} = z - z_{n0} \text{ для } z_{n0} \leq z \leq z_{(n+1)0}; \\ \dots \dots \dots \dots \dots \\ \frac{x - x_{(N''-1)0}}{-\operatorname{ctg} \varphi_{i(N''-1)0}} = \frac{y - y_{(N''-1)0}}{-\operatorname{tg} \lambda_{i(N''-1)0}} = z - z_{(N''-1)0} \text{ для } z_{(N''-1)0} \leq z \leq z_{N''0}. \end{array} \right. \quad (4)$$

Координати опорних точок визначаються послідовно, в обидві сторони від нульової: – ліворуч за формулами:

$$\begin{cases} x_{(-n-1)0} = (z_{(-n)0} - z_{(-n-1)0}) \operatorname{ctg} \varphi_{i(-n)0} + x_{(-n)0} \\ y_{(-n-1)0} = (z_{(-n)0} - z_{(-n-1)0}) \operatorname{tg} \lambda_{i(-n)0} + y_{(-n)0} \end{cases} \text{ для } n = \overline{0, N'-1}; \quad (5)$$

– праворуч за формулами:

$$\begin{cases} x_{(n+1)0} = (z_{n0} - z_{(n+1)0}) \operatorname{ctg} \varphi_{in0} + x_{n0} \\ y_{(n+1)0} = (z_{n0} - z_{(n+1)0}) \operatorname{tg} \lambda_{in0} + y_{n0} \end{cases} \text{ для } n = \overline{0, N''-1}. \quad (6)$$

Враховуючи (3)–(6), записується система рівнянь, яка визначає координати довільної точки різальної кромки нульового зубця при його кутовому положенні $\psi_i = 0$ в системі координат фрези $X_\phi Y_\phi Z_\phi$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} x_{00} = R + \Delta_0; \quad y_{00} = 0; \\ x_{(-n)0} = (z_{(-n)0} - z_{(-n-1)0}) \operatorname{ctg} \varphi_{i_{(-n)0}} + x_{(-n)0} \\ y_{(-n)0} = (z_{(-n)0} - z_{(-n-1)0}) \operatorname{tg} \lambda_{i_{(-n)0}} + y_{(-n)0} \end{array} \right. \quad \text{для } n = \overline{0, N' - 1}; \\ \left\{ \begin{array}{l} x_{(n+1)0} = (z_{n0} - z_{(n+1)0}) \operatorname{ctg} \varphi_{i_{n0}} + x_{n0} \\ y_{(n+1)0} = (z_{n0} - z_{(n+1)0}) \operatorname{tg} \lambda_{i_{n0}} + y_{n0} \end{array} \right. \quad \text{для } n = \overline{0, N'' - 1}; \\ \left\{ \begin{array}{l} x_{j0} = (z_{(-n)0} - z_j) \operatorname{ctg} \varphi_{i_{(-n)0}} + x_{(-n)0} \\ y_{j0} = (z_{(-n)0} - z_j) \operatorname{tg} \lambda_{i_{(-n)0}} + y_{(-n)0} \end{array} \right. \quad \text{для } -B/2 \leq z_j < 0 \quad i \quad z_j \in [z_{(-n-1)0}, z_{(-n)0}) \\ \left\{ \begin{array}{l} x_{j0} = (z_{n0} - z_j) \operatorname{ctg} \varphi_{i_{n0}} + x_{n0} \\ y_{j0} = (z_{n0} - z_j) \operatorname{tg} \lambda_{i_{n0}} + y_{n0} \end{array} \right. \quad \text{для } 0 < z_j \leq -B/2 \quad i \quad z_j \in [z_{n0}, z_{(n+1)0}) \end{array} \right. \quad (7)$$

Координати точок різальної кромки i -го зубця фрези в довільному кутовому положенні розраховуються шляхом перетворення координат при повороті відносно осі Z_ϕ на кут ψ_i за формулами:

$$x_i = x_0 \cos \psi_i - y_0 \sin \psi_i; \quad y_i = x_0 \sin \psi_i - y_0 \cos \psi_i. \quad (8)$$

Перетворення системи рівнянь (7) за формулами (8) дозволяє одержати математичний опис довільної конструкції різальної частини фрези у вигляді наступної системи рівнянь:

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi_i = \sum_{k=1}^i \varepsilon_k; \quad \left\{ \begin{array}{l} x_{0i} = (R + \Delta_0) \cos \psi_i, \\ y_{0i} = (R + \Delta_0) \sin \psi_i, \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} x_{(n-1)i} = \left((z_{ni} - z_{(n-1)i}) \operatorname{ctg} \varphi_{i_{ni}} + x_{ni} \right) \cos \psi_i - \left((z_{ni} - z_{(n-1)i}) \operatorname{tg} \lambda_{i_{ni}} + y_{ni} \right) \sin \psi_i \\ y_{(n-1)i} = \left((z_{ni} - z_{(n-1)i}) \operatorname{ctg} \varphi_{i_{ni}} + x_{ni} \right) \sin \psi_i - \left((z_{ni} - z_{(n-1)i}) \operatorname{tg} \lambda_{i_{ni}} + y_{ni} \right) \cos \psi_i \end{array} \right. \\ \hspace{15em} \text{для } n = 0, -1, \dots, -N'_i + 1; \\ \left\{ \begin{array}{l} x_{(n+1)i} = \left((z_{ni} - z_{(n+1)i}) \operatorname{ctg} \varphi_{i_{ni}} + x_{ni} \right) \cos \psi_i - \left((z_{ni} - z_{(n+1)i}) \operatorname{tg} \lambda_{i_{ni}} + y_{ni} \right) \sin \psi_i \\ y_{(n+1)i} = \left((z_{ni} - z_{(n+1)i}) \operatorname{ctg} \varphi_{i_{ni}} + x_{ni} \right) \sin \psi_i - \left((z_{ni} - z_{(n+1)i}) \operatorname{tg} \lambda_{i_{ni}} + y_{ni} \right) \cos \psi_i \end{array} \right. \\ \hspace{15em} \text{для } n = \overline{0, N''_i - 1}; \\ \left\{ \begin{array}{l} x_{ji} = \left((z_{(-n)i} - z_j) \operatorname{ctg} \varphi_{i_{(-n)i}} + x_{(-n)i} \right) \cos \psi_i - \left((z_{(-n)i} - z_j) \operatorname{tg} \lambda_{i_{(-n)i}} + y_{(-n)i} \right) \sin \psi_i \\ y_{ji} = \left((z_{(-n)i} - z_j) \operatorname{ctg} \varphi_{i_{(-n)i}} + x_{(-n)i} \right) \sin \psi_i - \left((z_{(-n)i} - z_j) \operatorname{tg} \lambda_{i_{(-n)i}} + y_{(-n)i} \right) \cos \psi_i \end{array} \right. \\ \hspace{15em} \text{для } -B/2 \leq z_j < 0 \quad i \quad z_j \in [z_{(-n-1)0}, z_{(-n)0}) \\ \left\{ \begin{array}{l} x_{ji} = \left((z_{ni} - z_j) \operatorname{ctg} \varphi_{i_{ni}} + x_{ni} \right) \cos \psi_i - \left((z_{ni} - z_j) \operatorname{tg} \lambda_{i_{ni}} + y_{ni} \right) \sin \psi_i \\ y_{ji} = \left((z_{ni} - z_j) \operatorname{ctg} \varphi_{i_{ni}} + x_{ni} \right) \sin \psi_i - \left((z_{ni} - z_j) \operatorname{tg} \lambda_{i_{ni}} + y_{ni} \right) \cos \psi_i \end{array} \right. \\ \hspace{15em} \text{для } 0 < z_j \leq -B/2 \quad i \quad z_j \in [z_{n0}, z_{(n+1)0}) \end{array} \right.$$

де $i = \overline{0, z-1}$ – номер зубця (z – кількість зубців фрези);

z_j – координата за шириною фрези довільної точки різальної кромки;

(x_{ji}, y_{ji}, z_j) – координати j -ї точки різальної кромки i -го зубця.

Статичні геометричні параметри i -го зубця на n -ій ділянці різальної кромки в довільній точці з координатою z_j розраховуються за формулами [5]. При цьому, з точки зору забезпечення технологічності виготовлення і загострювання відрізної фрези, приймається, що передня поверхня кожного зуба фрези є плоскою. Різальна кромка довільної форми утворюється за рахунок складної форми задньої поверхні. В цьому випадку задня поверхня утворюється декількома площинами довільної орієнтації. Інструментальний передній кут для кожного зубця буде постійним вздовж всієї різальної кромки, а решта інструментальних кутів будуть постійними тільки в межах однієї ділянки різальної кромки. Тоді формули [5] набувають наступного вигляду:

– статичний кут в плані:

$$\varphi_{c_{ni}}(z_j) = \text{arctg}(\text{ctg } \varphi_{i_{ni}} \cos \delta(z_j) + \text{tg } \lambda_{i_{ni}} \sin \delta(z_j));$$

– статичний передній кут:

$$\lambda_{c_{ni}}(z_j) = \text{arctg}((\text{tg } \lambda_{i_{ni}} \cos \delta(z_j) + \text{ctg } \varphi_{i_{ni}} \sin \delta(z_j)) \sin \varphi_{c_{ni}}(z_j));$$

– статичний кут нахилу різальної кромки:

$$\gamma_{c_{ni}}(z_j) = \text{arctg}((\text{tg } \lambda_{i_{ni}} \cos \delta(z_j) - \text{ctg } \varphi_{i_{ni}} \sin \delta(z_j)) \cos \varphi_{c_{ni}}(z_j) + \text{tg}(\gamma_{i_i} + \delta(z_j)) / \sin \varphi_{c_{ni}}(z_j));$$

– статичний задній кут:

$$\alpha_{c_{ni}}(z_j) = \text{arctg}(\sin \varphi_{c_{ni}}(z_j) / \text{ctg}(\alpha_{i_{ni}} - \delta(z_j)) + \cos \varphi_{c_{ni}}(z_j) \text{tg}(\lambda_{c_{ni}}(z_j))),$$

в яких приймається:

$$\delta(z_j) = \text{arctg} \frac{y_{ji}}{x_{ji}} - \psi_i \quad \text{для } -B/2 \leq z_j \leq B/2.$$

Значення інструментальних параметрів для розрахунків приймаються в залежності від того, якій ділянці різальної кромки належить координата.

ВИСНОВКИ

Визначені математичні залежності аналітичного опису різальної частини відрізної фрези, що забезпечують розрахунок координат точок різальної частини довільної конструкції за заданими конструктивними та інструментальними параметрами фрези. Це дозволяє обчислення статичних геометричних параметрів різальної частини фрези в будь-якій точці різальної кромки. Приведені залежності можуть бути використані для моделювання процесу відрізання як одного із компонентів САПР відрізних фрез.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Равська Н. С. Про визначення товщини зрізу вздовж різальної кромки інструменту / Н. С. Равська, Л. І. Ковальова, Р. П. Родін // Вісник НТУУ «КПІ». – Машинобудування. – 2009. – № 56. – С. 113–119.
2. Бабенко А. Е. Влияние динамических характеристик дисковых пил на их работоспособность / А. Е. Бабенко, Н. С. Равская, О. А. Боронко // Вестник НТУУ «КПІ». – Машиностроение. – 2002. – № 43. – С. 169.
3. Равська Н. С. Узагальнена теорія визначення геометричних параметрів різальної частини відрізних фрез / Н. С. Равська, В. Г. Панчук // Вестник машиностроения. – 2007. – № 50. – С. 34–39.
4. Равська Н. С. Графічне визначення кінематичних геометричних параметрів різальної частини відрізних фрез зі стружковими канавками перемінної глибини / Н. С. Равська, В. Г. Панчук, О. В. Рублюк // Резание и инструмент в технологических системах. – 2008. – № 74. – С. 267–276.
5. Панчук В. Г. Геометрическая модель режущей части отрезной фрезы / В. Г. Панчук // XXIII Sympozjon Podstaw Konstrukcji Maszyn. – Rzeszów – Przemysł. – 2007. – Tom IV. – С. 337–343.

Стаття надійшла до редакції 11.11.2012 р.